Hoja ESPECIAL Tema nº 5

1. Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2-bx+1 & \text{si} \quad x\le 2 \\ 2x+a & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$
   a) Determine los valores de a y b para que dicha función sea continua en $x = 2$ y, además, tenga un mínimo en $x = 1$.
   b) Para $a = 2$ y $b = 6$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -2$.

2. Se considera la función. $f(x)=\begin{cases} x^3-1 & \text{si} \quad x < 1 \\ -x^2+4x-3 & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}$
   a) Determine el dominio y estudie la continuidad de la función.
   b) Obtenga los extremos de la función.
   c) Estudie su curvatura

3. Sea la función $f(x)=\begin{cases} 2x^2-12 & si \quad x < -3 \\ -x+3 & si \quad -3\le x\le 2 \\ x-1 & si \quad x > 2 \end{cases}$
   a) Estudie la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en su dominio.
   b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   c) Calcule los extremos relativos.

4. Sea la función $f(x)=x^3-24x^2+4x$
   a) Halle los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión.
   b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de en el punto de abscisa x=2
   c) En el punto de abscisa $x = 1$, ¿la función es creciente o decreciente?

5. Sea la función $y=\begin{cases} \mathrm{ae}^{\mathrm{x-1}}+\mathrm{bx} & \text{si } x<1 \\ \mathrm{b}\ln(\mathrm{x})+\dfrac{2\mathrm{b}}{\mathrm{x}}+3 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$
   a) Hallar a y b para que sea derivable en R
   b) Hallara la recta tangente en x=1 para los valores del apartado anterior
   c) Sea $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Calcular *a*, *b* y *c* sabiendo que tiene un punto de inflexión en (2,0), y en x=0 tenga un mínimo relativo

6. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:
   a) $f(x)=e^{-3x}(x^2-6x+2)$
   b) $f(x)=\dfrac{6}{x-2}+\sqrt{x^2-3x}$
   c) $f(x)=\ln(\dfrac{x^2+3x}{x^2-1})$
   d) $f(x) = (2x^2 -3)^2$
   e) $g(x) = (Lnx)/x$
   f) $h(x) = x e^{3x}$

Hoja ESPECIAL Tema nº 5

7. Sea la función $$f(x)=\begin{cases} 1-x^2 & si \quad x\le 1 \\ x^2-2ax+3 & si \quad 1\langle x\le 3 \\ -x^2+8x-15 & si \quad x\rangle 3 \end{cases}$$

   a) Calcule el valor de a para que f sea continua en x = 1.
   b) Para a = 2 estudie la continuidad y la derivabilidad de f.
   c) Determina el dominio y las asíntotas y posiciones de la función: $f(x)=\dfrac{2x-3}{3x-4}$

8. Sea la función $f(x)=\dfrac{2x-6}{3x+1}$
   a) Representar la función calculando: dominio, puntos de cortes, asíntotas y monotonía.
   b) Hallar la recta tangente en x=1.

9. .
   a. Hallar a ,b y c para que sea derivable
   $$f(x)=\begin{cases} \mathrm{x}^2+1 & \text{si } x<0 \\ x^3+ax^2+b & \text{si } 0\le x\le 1 \\ cx+\ln x & \text{si } x>1 \end{cases}$$
   b. Hallar la recta tangente en x= -2

10. Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2-3x+4 & si \quad x\le 2 \\ 4-\dfrac{a}{x} & si \quad x\rangle 2 \end{cases}$
    a. Halle el valor de *a* para que dicha función sea continua y estudie la derivabilidad de f para ese valor de *a*.
    b. Para *a* = 1, ¿existe alguna asíntota vertical de esa función? ¿Y horizontal? Razone las respuestas y calcule, en caso afirmativo, dichas asíntotas.

11. El estudio de la rentabilidad de una empresa revela que una inversión de *x* miles de euros produce una ganancia de *f(x)* miles de euros, siendo:
    $$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{50}+\dfrac{8x}{25}-\dfrac{8}{5} & \text{si } 0\le x\le 5 \\ \dfrac{5}{2x} & \text{si } x>5 \end{cases}.$$
    a. Represente la función *f(x)*.
    b. Halle la inversión que produce máxima ganancia.
    c. Halle el valor de la inversión que produce ganancia nula.
    d. Razone lo que ocurre con la rentabilidad si la inversión se incrementa indefinidamente.